

удк

Н.А. САПЕЛИН, канд. техн. наук, ООО «ВНИИСТРОМ-НВ»;
А.Н. САПЕЛИН, инженер, НИИСФ РААСН (Москва)

Влияние структуры пустот на прочность теплоизоляционных силикатных материалов

Интенсивное развитие и внедрение пористых теплоизоляционных силикатных материалов требует их дальнейшего исследования с целью создания технологии, обеспечивающей рациональную ячеистую структуру.

Одним из важнейших свойств теплоизоляционных силикатных материалов является прочность. В 1963 г. В.А. Пискнер вывел теоретическую зависимость прочности ячеистого бетона от средней плотности [1]. Он исходил из того, что шаровые пустоты расположены гексогонально и равномерно. Применив решение безмоментной теории и для шарового купола при вертикальной нагрузке, В.А. Пискнер получил следующую зависимость относительной прочности ячеистого бетона от относительной плотности:

$$R_o = 1 - 1,015(1 - \rho_o)^{\frac{1}{3}}, \quad (1)$$

где R_o — относительная прочность ячеистого бетона (отношение прочности ячеистого бетона к прочности матрицы ячеистого бетона); ρ_o — относительная плотность ячеистого бетона (отношение плотности ячеистого бетона к плотности матрицы ячеистого бетона).

На основании гипотезы о том, что прочность гипсового камня пропорциональна удельному числу контактов кристаллов двуводрата сульфата кальция друг с другом выведена теоретическая зависимость относительной прочности R_o гипсовых изделий от их относительной плотности ρ_o [2]:

$$R_o = 1 - 1,056(1 - \rho_o)^{\frac{2}{3}}. \quad (2)$$

Анализ зависимостей (1) и (2) показывает, что они не учитывают структуру пустот. Целью данной работы является теоретическое и экспериментальное обоснование влияния геометрических параметров пустот на прочность теплоизоляционных силикатных материалов (пористая керамика, пустотные гипсовые изделия, пенобетон и др.).

При рассмотрении зависимости прочности от структуры материала будем использовать следующие допущения [3, стр. 10–12]:

- материал тела за пределами поры имеет сплошное (непрерывное) строение;
 - материал тела за пределами поры изотропен, то есть обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами;
 - в теле до приложения нагрузки нет внутренних (начальных) усилий;
 - весь материал состоит из кубических ячеек размером $\sqrt[3]{V_k}$, где V_k — объем кубической ячейки. В каждой ячейке имеется пустота с определяющим размером d [4].
- Пустоты могут быть различной формы: шаровые, эллипсоидные и др.

Минимальная толщина перегородки в ячейке составляет

$$b/2 = 0,5(\sqrt[3]{V_k} - d).$$

Рассмотрим кубическую ячейку размером $\sqrt[3]{V_k}$ с пустотой определяющего размера d (рис. 1).

Объем пустоты:

$$V_{\text{пуст}} = d^3 \left[1 - \frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3} \right], \quad (3)$$

где $a \geq 1$ — коэффициент, определяющий радиус скругления $r = d/2a$ и форму пустоты. При $a = 1$ $r = d/2$ — пустота имеет форму шара.

Коэффициент K_1 [4], показывающий долю объема занимаемого пустотой в ячейке с определяющим размером d составит:

$$K_1 = V_{\text{пуст}}/d^3 = 1 - \frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3}. \quad (4)$$

При $a = 1$ $K_1 = \frac{\pi}{6}$.

В нашем случае форма пустоты меняется значением коэффициента структуры a (радиусом скругления $r = d/2a$).

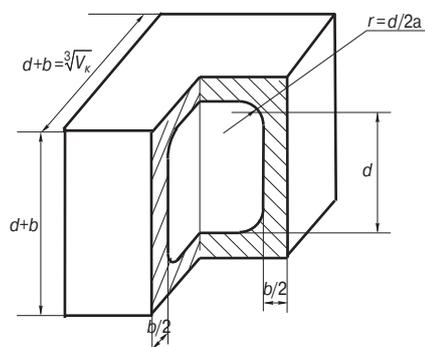


Рис. 1. Кубическая ячейка пористого материала

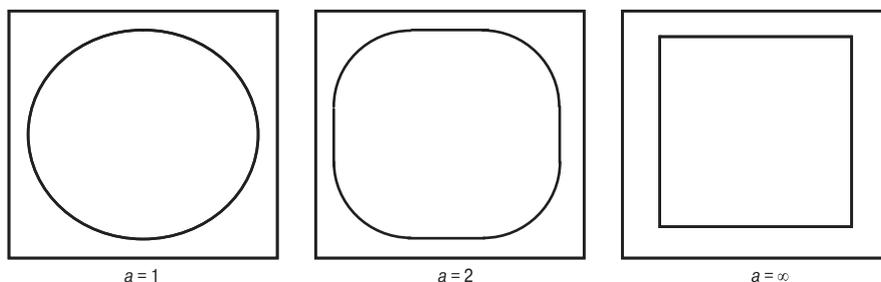


Рис. 2. Зависимость формы пустоты от коэффициента структуры «а»

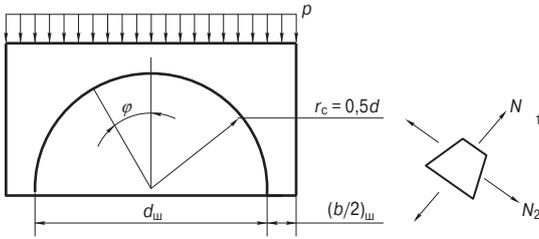


Рис. 3. Схема нагружения кубической ячейки с шаровой формой пустоты ($a = 1$)

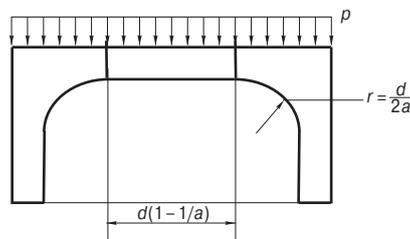


Рис. 4. Схема нагружения кубической ячейки с не шаровой формой пустоты ($a \geq 1$)

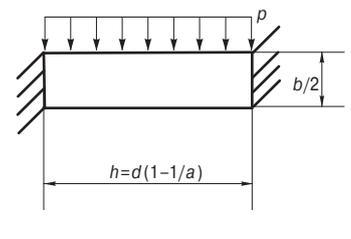


Рис. 5. Прямоугольная пластина закреплена по контуру

На рис. 2 представлены различные формы пустоты в зависимости от коэффициента структуры a .

Из формулы (3) получаем:

$$d = \sqrt[3]{1 - \frac{V_{\text{пуст}}}{1 - \frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3}}} \quad (5)$$

Задаемся относительной плотностью кубической ячейки $\rho_{\text{отн}} = 1 - \frac{V_{\text{пуст}}}{V_k}$, откуда:

$$V_{\text{пуст}} = (1 - \rho_{\text{отн}}) V_k \quad (6)$$

тогда

$$d = \sqrt[3]{1 - \frac{(1 - \rho_{\text{отн}}) V_k}{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}} \quad (7)$$

Толщина перегородки:

$$b/2 = 0,5(\sqrt[3]{V_k} - d) = 0,5\sqrt[3]{V_k} (1 - \sqrt[3]{1 - \frac{(1 - \rho_{\text{отн}}) V_k}{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}}) \quad (8)$$

При шаровой форме пустоты ($a = 1$):

$$d_{\text{ш}} = \sqrt[3]{\frac{6(1 - \rho_{\text{отн}}) V_k}{\pi}}, \quad (b/2)_{\text{ш}} = 0,5\sqrt[3]{V_k} (1 - \sqrt[3]{\frac{6(1 - \rho_{\text{отн}})}{\pi}}) \quad (9)$$

Рассмотрим верхнюю половину кубической ячейки с шаровой формой пустоты, нагруженную равномерной распределенной нагрузкой p . Для расчета возникающих усилий и напряжений воспользуемся безмоментной теорией, применяемой при расчете куполов [5].

Усилие по направлению меридиана на единицу длины кольцевого сечения ($N_1 = \sigma_1 \frac{b}{2}$) рассчитывается по формуле [5]:

$$N_1 = -0,5 p r_c = -0,25 p d, \text{ Н/м.} \quad (10)$$

Кольцевое усилие на единицу длины меридиана ($N_2 = \sigma_2 \frac{b}{2}$) рассчитывается по формуле [5]:

$$N_2 = -0,5 p r_c \text{Cos}2\varphi = -0,25 p d \text{Cos}2\varphi, \text{ Н/м.} \quad (11)$$

При $\text{Cos}2\varphi = 1 (\varphi = 0)$ $N_2 = -0,25 p d$. Таким образом, максимальное усилие на единицу длины $N_1 = N_2 = -0,25 p d$ возникает при $\varphi = 0$ в точке с наименьшей толщиной перегородки. Знак минус указывает на то, что возникают сжимающие усилия.

Максимальное напряжение сжатия при шаровой форме пустот:

$$\sigma_{1\text{ш}} = \frac{2N_1}{b} = \frac{0,5p}{(-1 + \sqrt[3]{\frac{\pi}{6(1 - \rho_{\text{отн}})}})} \leq [\sigma_{\text{сж}}] \quad (12)$$

Максимальное напряжение сжатия в зависимости от формы пустоты в шаровой части ячейки:

$$\sigma_1 = \frac{2N_1}{b} = 0,5p \frac{1 - \sqrt[3]{\frac{1 - \rho_{\text{отн}}}{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}}}{1 - \sqrt[3]{\frac{1 - \rho_{\text{отн}}}{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}}} \leq [\sigma_{\text{сж}}] \quad (13)$$

откуда максимальная удельная нагрузка на ячейку:

$$p = 2 [\sigma_{\text{сж}}] \left(\frac{\sqrt[3]{1 - \frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3}}}{\sqrt[3]{1 - \rho_{\text{отн}}}} - 1 \right) \quad (14)$$

Относительная прочность (по отношению к сплошному материалу):

$$R_{\text{сж}} = 2 \left(\frac{\sqrt[3]{1 - \frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3}}}{\sqrt[3]{1 - \rho_{\text{отн}}}} - 1 \right) \quad (15)$$

при шаровой форме пустоты:

$$R_{\text{сжш}} = 2 \left(\sqrt[3]{\frac{\pi}{6(1 - \rho_{\text{отн}})}} - 1 \right) \quad (16)$$

Рассмотрим кубическую ячейку материала с пустотой не шаровой формы ($a \geq 1$) рис. 4. Поскольку в данном случае в середине кубической ячейки появляется участок с постоянной толщиной, то безмоментная теория не подходит. Поэтому к этому участку с постоянной толщиной применим метод расчета пластины, заземленной по контуру (рис. 5) [6, 7].

Согласно данным [6] наибольшее изгибающее напряжение возникает в середине стороны и определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{изг}} = 0,3102 p \left(\frac{h}{b/2} \right)^2 =$$

$$= 1,2408 p \left[\frac{1 - \frac{1}{a}}{1 - \sqrt[3]{\frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3}}} \right]^2 \leq [\sigma_{\text{изг}}] \quad (15)$$

откуда максимальная удельная нагрузка на ячейку:

$$p = \frac{[\sigma_{\text{изг}}] \left(-1 + \sqrt[3]{\frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3}} \right)^2}{1,2408 \left(1 - \frac{1}{a} \right)^2} \quad (16)$$

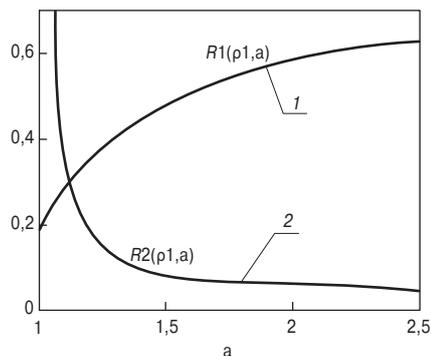


Рис. 6. Зависимость относительной прочности керамических материалов и растворов от формы пустоты

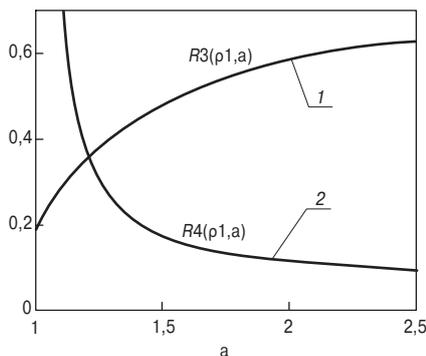


Рис. 7. Зависимость относительной прочности гипсовых материалов от формы пустоты

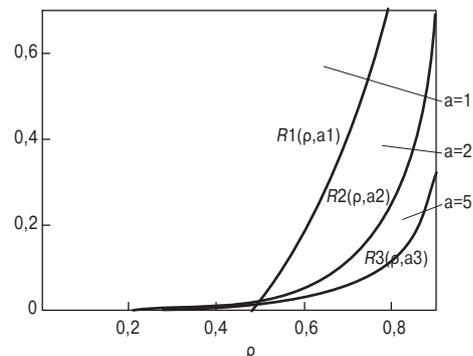


Рис. 8. Зависимость относительной прочности от плотности керамических материалов и растворов при различных формах пустоты.

Для хрупких материалов прочность при сжатии значительно выше, чем прочность при изгибе. Коэффициент, представляющий отношение прочности при сжатии к прочности при изгибе K_R , составляет:

- для керамических материалов $K_R = 4,5-5,6$;
- для гипса $K_R = 1,7-3,1$;
- для строительных растворов $K_R = 4,5-5,6$.

И тогда относительная прочность от действия изгибающих нагрузок:

$$R_{\text{изг}} = \frac{(-1 + \sqrt[3]{1 - \frac{(1 - \frac{\pi}{6}) + 3(a-1)(1 - \frac{\pi}{4})}{a^3}})}{1,2408 K_R (1 - \frac{1}{a})^2} \cdot (1 - \rho_{\text{отн}}) \quad (16)$$

На рис. 6 представлена зависимость относительной прочности керамических материалов и растворов от действия сжимающих напряжений (кривая 1) и от действия изгибающих напряжений (кривая 2) при $\rho_{\text{отн}} = 0,6$ и $K_R = 5$. На рис. 7 представлена зависимость относительной прочности гипсовых материалов от действия сжимающих напряжений (кривая 1) и от действия изгибающих напряжений (кривая 2) при $\rho_{\text{отн}} = 0,6$ и $K_R = 3$.

Анализ зависимостей на рис. 6, 7 показывает, что при шаровой и близкой к ней форме пустоты прочность материала определяется сжимающими напряжениями, а с приближением формы пустоты к кубу (с увеличением коэффициента a) прочность понижается и определяется изгибающими напряжениями.

При $a = 2$ прочность керамических материалов и растворов понижается в 2,8 раз, а гипсовых материалов в 1,4 раза.

На рис. 8 показана теоретическая зависимость относительной прочности от плотности при различных формах пустоты ($a = 1$ – шаровые пустоты – кривая 1, $a = 2$ – кривая 2, $a = 5$ – кривая 3). Приведенные на рис. 8 зависимости показывают, что при относительной плотности материала более 0,5 наибольшая прочность получа-

ется при шаровой форме пустоты. Однако, если относительная плотность материала меньше 0,5, то более прочными являются материалы с кубическими пустотами.

Известно [3, стр. 92–93], что при резком изменении контура поперечного сечения в местах резкого изменения геометрической формы резко повышается напряжение, то есть возникает концентрация напряжений. В данной работе влияние концентрации напряжений не учитывалось.

Таким образом, при получении материалов с относительной плотностью от 0,1 до 0,4 наиболее рациональной является пустоты в форме многогранника с плавными переходами. Такая структура материала реализуется, например, в пенах.

Для проверки теоретических зависимостей был проведен следующий эксперимент. Изготовили резиновые пустотообразователи шаровой формы и кубической формы со скругленными гранями ($a = 2$). Объемы и количество пустотообразователей были одинаковы. Данные пустотообразователи были закреплены на тонкие струны в кубической упаковке и помещены в форму размером $100 \times 100 \times 100$ мм. Грани кубических пустотообразователей были расположены параллельно. Формы залили гипсовой смесью одинаковой консистенцией ($B/G = 0,627$ для всех образцов). Контрольную форму залили без пустотообразователей. Образцы после затвердевания вынули из формы и высушили до постоянной массы. Затем определили прочность полученных образцов. Результаты экспериментов представлены в табл. 1.

Экспериментальное значение $\frac{R_{\text{шар.к}}}{R_{\text{куб.к}}} = 1,59$.

Теоретическое значение $\frac{R_{\text{шар.к}}}{R_{\text{куб.к}}} = 1,668$.

Отклонение теоретического значения от экспериментального составляет 4,6%, что при принятых допущениях является хорошим соответствием.

Для определения влияния хаотичности распределения пустот провели следующий эксперимент: подготовили гипсовую смесь с $B/G = 0,6$, смешали с одинако-

Таблица 1

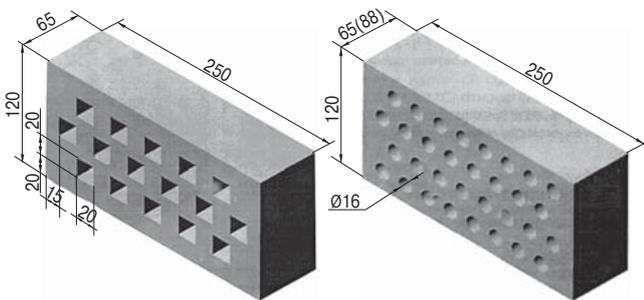
Образец	Пустотообразователи			Относительная плотность	Плотность сухих образцов, кг/м ³	$R_{\text{сж}}$, МПа	Относительная прочность
	Вид и форма	Кол-во, шт	Фактический объем пустот, см ³				
Куб сплошной	–	0	0	1	1107	10,143	1
Куб с шарами, кубическая упаковка	Шар, $\varnothing 15,08$ мм	216	404,25	0,6	664	3,138	0,309
Куб со скругленными кубиками ($a = 2$), кубическая упаковка	Куб размером 12,78 мм со скруглением	216	397,1	0,546	604	1,967	0,194

Таблица 2

Замес	Образец	Пустотообразователи		Фактический объем пустот, см ³	Относительная плотность	Плотность сухих образцов, кг/м ³	R _{сж} , МПа
		Вид и форма	Кол-во, шт				
1	Куб сплошной	-	0	0	1	1220	
	Куб с шарами, хаотичная упаковка	Шар, $\varnothing 15,08$ мм	216	179,67	0,495	604	1,24
2	Куб сплошной	-	0	0	1	1077	
	Куб со скругленными кубиками (a = 2), хаотичная упаковка	Куб размером 12,78 мм со скруглением	216	176,51	0,492	530	0,83

Таблица 3

n	1	1,25	1,5	1,75	2	∞
K _n	0,0513	0,0665	0,0757	0,0818	0,0829	0,0838
R _{отн.п}	1	0,771	0,678	0,628	0,616	0,612



Объем пустот
 $V_n = 20 \times 20 \times 65 \times 16 = 41600 \text{ мм}^3$
 Относительная плотность
 $\frac{250 \times 120 \times 65 - 41600}{250 \times 120 \times 65} = 0,7867$

Объем пустот
 $V_n = \frac{\pi \cdot 16^2}{4} \times 65 \times 32 = 417997 \text{ мм}^3$
 Относительная плотность
 $\frac{250 \times 120 \times 65 - 417997}{250 \times 120 \times 65} = 0,7856$

Рис. 9. Керамический кирпич с различными формами пустот.

вым количеством (96 штук) шаровых (общий объем 180 см³) и кубических (a = 2, общий объем 177 см³) пустотообразователей и заполнили формы размером 70×70×70 мм. Образцы после затвердевания вынули из формы и высушили до постоянной массы. Затем определили прочность полученных образцов. Результаты экспериментов представлены в табл. 2.

$\frac{R_{шар}}{R_{куб}} = 1,494$. Отклонение от теоретического значения составляет 10,4%.

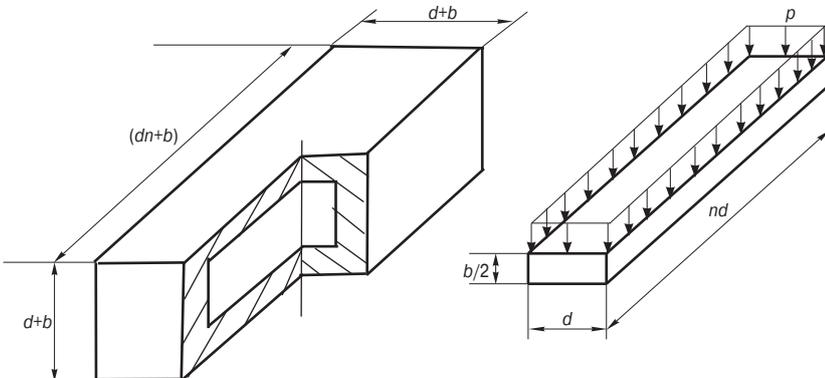


Рис. 10. Ячейка пористого материала в форме прямоугольной призмы

Данные табл. 2 показывают, что хаотическое распределения пустотообразователей оказало незначительное влияние на прочность.

Практическое применение результатов теоретических и экспериментальных зависимостей возможно, например, при выборе формы пустот для керамического кирпича. Согласно ГОСТ 530–2007 кирпич керамический выпускается с квадратными и круглыми пустотами (рис. 9). При одинаковой относительной плотности предпочтительней использовать кирпич с круглыми отверстиями.

Известно [4], что коэффициент, показывающий долю объема, занимаемого шаровыми пустотами, в зависимости от их расположения составляет:

$K_1 = 0,52$ – при кубической упаковке шаровых пустот;

$K_1 = 0,729$ – при гексагональной упаковке шаровых пустот;

$K_1 = 0,809–0,812$ – при полидисперсном распределении шаровых пустот разного размера.

Таким образом, наиболее рациональной является шаровая форма пустот. Однако при шаровой форме и полидисперсном распределении пустот можно получить минимальную относительную плотность равную 0,188.

Для определения влияния длины пустотообразователей на прочность рассмотрим ячейку материала (рис. 10). Выделим из ячейки элемент размером $d \times nd \times b/2$ и рассмотрим его как пластину, защемленную по контуру, и нагруженную распределенной нагрузкой p.

Отношение длины стороны к короткой $\frac{nd}{d} = n$.

Согласно данным [7] наибольшее изгибающее напряжение определяется по формуле:

$$\sigma_{изг} = 6 K_n p \left(\frac{d}{b/2} \right)^2 \leq [\sigma_{изг}], \quad (17)$$

где K_n – коэффициент, зависящий от длины n ячейки (табл. 3), и тогда прочность $p = R_{изг} = (\sigma_{изг}) / 6 K_n \left(\frac{d}{b/2} \right)^2$.

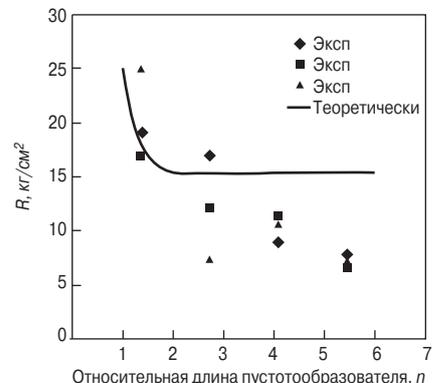


Рис. 11. Теоретическая зависимость и экспериментальные данные прочности от длины пустотообразователей.

Таблица 4

№обр	Порообразователи, мм	Относительная длина порообразователя	Плотность образца, кг/м ³	Относительная плотность	Прочность $R_{сж}$, кг/см ²	Средняя прочность $R_{сж}$, кг/см ²
1	2,2×2,2×3	1,364	1321	0,785	19,1	20,35
2			1321	0,785	16,95	
3			1321	0,785	25	
4	2,2×2,2×6	2,727	1321	0,785	16,95	12,17
5			1330	0,785	12,18	
6			1311	0,785	7,4	
7	2,2×2,2×9	4,091	1311	0,785	8,99	10,35
8			1321	0,785	11,38	
9			1302	0,785	10,66	
10	2,2×2,2×12	5,4545	1311	0,785	7,4	7,14
11			1311	0,785	6,61	
12			1311	0,785	7,4	

Относительная прочность (по отношению к кубической ячейке):

$$R_{отнн} = \frac{R_{изг}}{R_{изгK=1}} = \frac{K_n=1}{K_n} \quad (18)$$

Значения K_n возьмем из таблицы [7, стр. 422]. Результаты вычислений относительной прочности и значений K_n сведем в табл. 3

Данные табл. 3 показывают, что с увеличением коэффициента n (с увеличением отношения наибольшего размера пустоты к наименьшему размеру пустоты) прочность понижается.

В керамической промышленности в качестве порообразователя широко применяются опилки. Примем допущение, что форма пор после обжига и выгорания опилок принимает форму опилок.

Для определения влияния длины порообразователей (опилок) на прочность керамических изделий проведены экспериментальные исследования глиняных образцов с порообразователями в виде скругленных деревянных призм сечением 2,2×2,2 мм и длиной 3 мм, 6 мм, 9 мм и 12 мм. Объем порообразователей во всех образцах одинаков.

Результаты испытаний представлены в табл. 4.

На рис. 9. представлены теоретическая зависимость и экспериментальные данные прочности от длины пустотообразователей.

Анализ данных табл. 3, табл. 4 и зависимостей рис. 9 показывает, что использование коротких опилок при одной и той же плотности материала позволяет увеличить прочность до 2 раз при относительной плотности 0,785. Теоретическая зависимость и экспериментальные данные имеют хорошее совпадение при относительных длинах порообразователей от 1 до 3. При увеличении относительной длины порообразователей до 5–6 наблюдается значительное расхождение между теоретическими и экспериментальными данными (снижение прочности по теоретическим зависимостям в 1,63 раза, по экспериментальным данным – в 2,8 раза). Это расхождение объясняется, по-видимому тем, что в теоретических зависимостях не учтено влияние степени распределения порообразователей с увеличением их длины на прочность материала. С увеличением относительной длины порообразователи приобретают свойства фибровых стержней, равномерное распределение которых весьма затруднительно. Необходимо провести дальнейшие исследования с учетом равномерности распределения стержневых порообразователей.

Выводы

- Получено теоретическое обоснование и экспериментальные зависимости прочности теплоизоляционных силикатных материалов от формы пустот.
- Для повышения прочности пористого материала необходимо стремиться к созданию шаровой формы пустот. Переход от кубической формы пустоты к шаровой в зависимости от плотности материала позволяет увеличить прочность в 1,5–3 раза.
- При получении материалов с относительной плотностью менее (0,188–0,48) наиболее рациональными являются пустоты в форме многогранника с плавными переходами.
- При использовании порообразователей (опилки, стружки и др.) для повышения прочности материала необходимо стремиться к уменьшению их относительной длины до 1. Использование коротких порообразователей позволяет увеличить прочность в 2–3 раза.

Ключевые слова: прочность, форма, пустота, теплоизоляция, материал.

Список литературы

1. Пинскер В.А. Некоторые вопросы физики ячеистого бетона / Сб. трудов «Жилые дома из ячеистого бетона». М.–Л.: Госстройиздат, Ленинградское отделение, 1963. С. 123–143.
2. Сапелин Н.А., Бурьянов А.Ф., Бортников А.В. Зависимость прочности бетонов на основе неорганических вяжущих от средней плотности // Строит. материалы. 2001. № 6. С. 36–38.
3. Степин П.А. Сопротивление материалов. Издание 4-е стереотипное. М.: Высшая школа, 1968. 424 с.
4. Сапелин Н.А. Влияние геометрических параметров структуры на плотность пористых материалов / Архитектурно-строительное материаловедение на рубеже веков: Материалы международной интернет-конференции. Белгород: БелГТАСМ, 2002. С. 159–166.
5. Липницкий М.Е. Купола (расчет и проектирование). Л.: Издательство литературы по строительству, 1973. 129 с.
6. Справочник машиностроителя. Том 3. М.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1955. 564 с.
7. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 592 с.